**РЕШАВАЊЕ НА СИСТЕМ ОД ДВЕ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ СО ДВЕ НЕПОЗНАТИ СО МЕТОД НА ЗАМЕНА И МЕТОД НА СПРОТИВНИ КОЕФИЦИЕНТИ**

Конјункција на две равенки со две непознати се нарекува систем од две равенки со две непознати и го означуваме

$\left\{\begin{array}{c}F\left(x,y\right)=0\\G\left(x,y\right)=0\end{array}\right.$ .

Ако двете равенки во системот се линеарни равенки со две непознати, тогаш тој систем уште се нарекува ***систем од две линеарни равенки со две непознати.***

Секој систем од две линеарни равенки со две непознати може да се доведе во општ вид:

$\left\{\begin{array}{c}a\_{1}x+b\_{1}y=c\_{1}\\a\_{2}x+b\_{2}y=c\_{2}\end{array}\right.$ .

Два системи равенки се еквивалентни, во дадена област на дефинираност $D$ , ако тие имаат еднакви множества решенија.

Трансформациите , што доведуваат до еквивалентни системи равенки, ги вршиме врз основа на следниве теореми за еквивалентност на системите равенки:

|  |
| --- |
| **Т1** Ако која било од равенките на даден систем се замени со равенка еквивалентна на неа, се добива систем еквивалентен на дадениот. |

***Метод на замена***

|  |
| --- |
| **Т2** Системот равенки $\left\{\begin{array}{c}y=f(x)\\g\left(x,y\right)=0\end{array}\right.$ е еквивалентен со системот $\left\{\begin{array}{c}y=f(x)\\g\left(x,f\left(x\right)\right)=0\end{array}\right.$ |

***Пример 1.*** Да се реши системот $\left\{\begin{array}{c}3x-y=2\\x-2y=-1\end{array}\right.$ со метод на замена.

Користејќи ги теоремите за еквивалентност, имаме:

$\left\{\begin{array}{c}3x-y=2\\x-2y=-1\end{array}\right.$ $<=>\left\{\begin{array}{c}y=3x-2\\x-2y=-1\end{array}\right.$ $<=>\left\{\begin{array}{c}y=3x-2\\x-2\left(3x-2\right)=-1\end{array}\right.$ $<=>$

$<=>\left\{\begin{array}{c}y=3x-2\\x-6x+4=-1\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}y=3x-2\\-5x=-5\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}y=3x-2\\x=1\end{array}\right. <=>$

$<=>\left\{\begin{array}{c}y=3∙1-2\\x=1\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}y=1\\x=1\end{array}\right.$

Во првата равенка непознатата $y$ ја изразуваме со непозната $x$ и заменуваме во втората равенка, при што добиваме линеарна равенка со една непозната.

Решение на системот е парот $\left(1,1\right)$.

***Пример 2.*** Да се реши системот $\left\{\begin{array}{c}\frac{x+2}{x}-\frac{3}{y-1}=1\\\frac{x}{2(x-2)}+\frac{2}{y+2}=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Системот е дефиниран само за оние вредности на непознатите, за кои именителите се различни од нула, т.е. за $x\in R\\left\{0,2\right\} и y\in R\\left\{-2,1\right\}$.

По ослободувањето од именителите во двете равенки добиваме:

$\left\{\begin{array}{c}\left(x+2\right)\left(y-1\right)-3x=x(y-1)\\x\left(y+2\right)+4\left(x-2\right)=\left(x-2\right)(y+2)\end{array} <=>\right.$$<=>\left\{\begin{array}{c}xy-x+2y-2-3x=xy-x\\xy+2x+4x-8=xy+2x-2y-4\end{array}\right.$$<=>\left\{\begin{array}{c}-3x+2y=2\\4x+2y=4\end{array}\right. <=>$

$$<=>\left\{\begin{array}{c}-3x+2y=2\\2x+y=2\end{array}\right.<=>\left\{\begin{array}{c}-3x+2y=2\\y=2-2x\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}-3x+2\left(2-2x\right)=2\\y=2-2x\end{array}<=>\right.$$

$<=>\left\{\begin{array}{c}-3x+4-4x=2\\y=2-2x\end{array}\right.<=>\left\{\begin{array}{c}-7x=-2\\y=2-2x\end{array}\right.<=>\left\{\begin{array}{c}x=\frac{2}{7}\\y=2-2∙\frac{2}{7}\end{array}\right.<=>$

$<=>\left\{\begin{array}{c}x=\frac{2}{7}\\y=\frac{10}{7}\end{array}\right.$

Решение на системот е парот $\left(\frac{2}{7},\frac{10}{7}\right)$.

***Метод на спротивни коефициенти***

|  |
| --- |
| **Т3** Системот равенки $\left\{\begin{array}{c}f\left(x,y\right)=0\\g\left(x,y\right)=0\end{array}\right.$ е еквивалентен со системот $\left\{\begin{array}{c}f\left(x,y\right)=0\\g\left(x,y\right)+f\left(x,y\right)=0\end{array}\right.$ |

Примента на оваа теорема ни овозможува равенката $g\left(x,y\right)+f\left(x,y\right)=0$ да премине во равенка со една непозната. Тоа се постигнува со трансформирање на едната или двете равенки од системот, така што пред истата непозната коефициентите да бидат спротивни броеви. По собирањето на соодветните страни на равенките од системот таа непозната ќе се елиминира.

***Пример 3.***Да се реши системот $\left\{\begin{array}{c}3x-2y=1\\2x+y=3\end{array}\right.$ со метод на спротивни коефициенти.

Втората равенка ја множиме со 2, за коефициентите пред непозната $y$ да бидат спротивни броеви.

$\left\{\begin{array}{c}3x-2y=1\\2x+y=3 /∙2\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}3x-2y=1\\4x+2y=6\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}3x-2y=1\\3x-2y+4x+2y=1+6\end{array}\right.$ $<=>$

$$<=>\left\{\begin{array}{c}3x-2y=1\\7x=7\end{array} <=>\left\{\begin{array}{c}3x-2y=1\\x=1\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}3∙1-2y=1\\x=1\end{array}<=>\left\{\begin{array}{c}y=1\\x=1\end{array}\right.\right.\right.$$

Решение на системот е парот $(1,1)$.

***Пример 4.***Да се реши системот $\left\{\begin{array}{c}(x+1)^{2}-(y-2)^{2}=(x+2)^{2}-y^{2}\\\frac{x-1}{2}+\frac{y+2}{3}=1\end{array}\right.$

Системот го сведуваме во општ вид и втората равенка ја множиме со -2, за коефициентите пред непозната $y$ да бидат спротивни броеви.

$\left\{\begin{array}{c}(x+1)^{2}-(y-2)^{2}=(x+2)^{2}-y^{2}\\\frac{x-1}{2}+\frac{y+2}{3}=1\end{array} <=>\right.$

$<=>\left\{\begin{array}{c}x^{2}+2x+1-y^{2}+4y-4=x^{2}+4x+4-y^{2}\\3\left(x-1\right)+2\left(y+2\right)=6\end{array}\right. <=>$

$<=>\left\{\begin{array}{c}-2x+4y=7\\3x+2y=5/∙(-2)\end{array} <=>\left\{\begin{array}{c}-2x+4y=7\\-6x-4y=-10\end{array}<=>\right.\right.$

$<=>\left\{\begin{array}{c}-2x+4y=7\\-6x-4y-2x+4y=-10+7\end{array} <=>\left\{\begin{array}{c}-2x+4y=7\\-8x=-3 /:(-8)\end{array}\right.\right. <=>$

$<=>\left\{\begin{array}{c}-2x+4y=7\\x=\frac{3}{8}\end{array}\right.<=>\left\{\begin{array}{c}-2∙\frac{3}{8}+4y=7\\x=\frac{3}{8}\end{array}\right. <=>\left\{\begin{array}{c}y=\frac{31}{16}\\x=\frac{3}{8}\end{array}\right.$

Решение на системот е парот $\left(\frac{3}{8},\frac{31}{16}\right)$.

***ЗАДАЧИ***

Со метод на замена да се решат системите:

$1. \left\{\begin{array}{c}x-4y+22=0\\6x+7y-85=0\end{array}\right. 2. \left\{\begin{array}{c}(x-1)^{2}+2y=(x-2)^{2}+1\\(y+1)^{2}-3x=(y+2)^{2}-8\end{array} 3.\left\{\begin{array}{c}y:x=3:5\\8x-9y=26\end{array}\right.\right.$

$4. \left\{\begin{array}{c}\frac{5x-4}{3}+\frac{3y+1}{4}=x+y\\\frac{7x-2}{6}-\frac{8y+1}{9}=x-y\end{array} 5.\left\{\begin{array}{c}\frac{2x+y}{2}-\frac{x+3y}{3}=1\frac{1}{3}\\\frac{x-y+1}{3}+\frac{2x+3y}{2}=3\end{array}\right.\right.$

Со метод на спротивни коефициенти да се решат системите:

$1. \left\{\begin{array}{c}2x+3y=41\\3x-2y=3\end{array}\right. 2. \left\{\begin{array}{c}2\left(x+5\right)-3\left(y+3\right)=0\\3\left(x+2\right)=2(y+6)\end{array}\right. 3. \left\{\begin{array}{c}\left(x+5\right)\left(y-3\right)=xy+2\\\left(x-1\right)\left(y+3\right)=xy+2\end{array}\right.$

$4. \left\{\begin{array}{c}\frac{4x-1}{3}+\frac{5y+1}{4}=5\frac{1}{6}\\\frac{3x+7}{4}+\frac{2y+9}{3}=7\frac{2}{3}\end{array} 5. \left\{\begin{array}{c}\frac{x-1}{y+1}-\frac{x+3}{y+7}=0\\x-2y+1=0\end{array}\right.\right.$